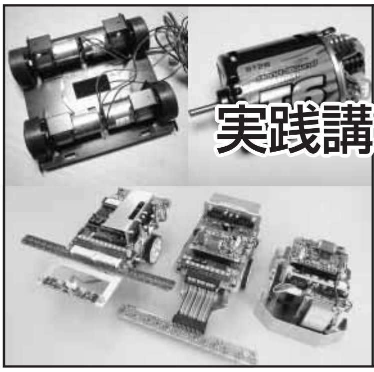
連　載



モータのしくみから位置/速度制御の実践テクニックまで

実践講座 小型モータの選定と制御技術

第15回　回転速度のフィードバック制御
～ステップ応答と周波数応答の定量設計術～

萩野 弘司
Hiroshi Hagino

本連載では，ブラシ付きDCモータ，ブラシレスDCモータおよびステッピング・モータについて，それぞれのモータの特性や駆動方法ならびに制御方法の説明と，制御結果の確認などを行ってきました．

DCモータの場合，速度や位置の制御を行うときには，速度信号や位置信号をフィードバック信号とする閉ループ制御が必須となります．ステッピング・モータの場合は，開ループで制御できることが最大の特徴ですが，内部的には多くの場合，電流制御の部分に閉ループ制御が使われています．

物体の位置や速度を，モータやその他のアクチュエータで制御する機構をサーボ機構と呼び，これらに適用される制御技術全般をサーボ技術とも呼びます．

これらの基となる制御理論は一般に難解であり，本連載でもあまり立ち入った説明は省いてきました．

しかし，よりよい制御結果を求めるためには，制御理論を駆使した解析が必要となります．今回は，基本的な制御理論について学習し，それを実際の系に適用して特性の確認を行います．

制御要素のモデリングと伝達関数[1]

制御工学では，制御対象の振る舞いを数学的に記述することによってモデル化します．数式のままでは扱いにくいので，分かりやすくするための表現として，各制御要素の入出力に着目して定義された伝達関数を使って，解析を進める方法が一般に用いられます．

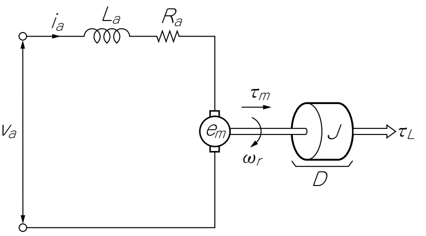


図15-1　ブラシ付きDCモータの等価回路
電気系と機械系が混在する

ここでは，ブラシ付きDCモータ（以下省略してDCモータと呼ぶ）の速度制御系を例として説明することにします．

● DCモータの動作をモデル化

連載第2回（本誌2006年9月号，図2-11）で説明したように，DCモータの動作をモデル化すると**図15-1**のようになります．

▶電気回路方程式

電機子の部分は，電機子抵抗 R_a［Ω］と電機子インダクタンス L_a［H］，および誘導起電力 e_m［V］が直列に接続されたものと考えられ，一般に**図15-1**のように表します．

DCモータに印加電圧 v_a［V］を加えると，電機子電流 i_a［A］が流れ，電機子インダクタンス L_a には電流の時間的変化による誘導起電力が，電機子抵抗 R_a には電圧降下が，さらにロータが回転角速度 ω_r［rad/s］で回転すると誘導起電力定数 K_E［V/(rad/s)］に比例した誘導起電力 e_m［V］が，それぞれ電機子に発生します．

以上の動作を数式で表すと，式(15-1)，式(15-2)のように電気回路方程式が求まります．

$$v_a(t) = L_a \frac{di_a(t)}{dt} + R_a i_a(t) + e_m(t) \quad \cdots\cdots(15\text{-}1)$$

$$e_m(t) = K_E \omega_r(t) \quad \cdots\cdots(15\text{-}2)$$

▶運動方程式

一方，機械的な動作は，電機子電流 i_a［A］が流れるとトルク定数 K_T［N・m/A］に比例したモータ・トルク τ_m［N・m］が発生し，これから負荷トルクぶん τ_L［N・m］を差し引いた残りのトルクで，ロータ慣性モーメント J［kg・m^2］と，粘性制動係数 D［N・m/(rad/s)］によって発生するトルクをドライブします．

もし，負荷に慣性モーメントがある場合は，その値をロータ慣性モーメント J に加えて考えます．

以上の動作を数式で表すと，式(15-3)，式(15-4)のように機械系の運動方程式が求まります．

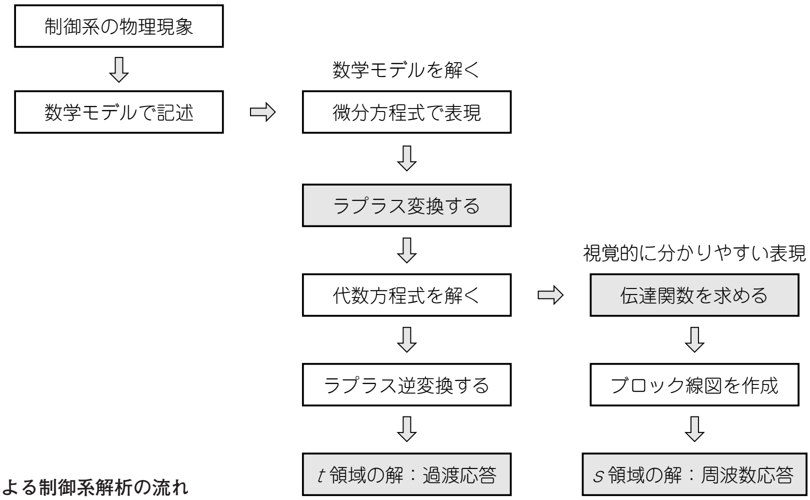


図15-2　ラプラス変換による制御系解析の流れ

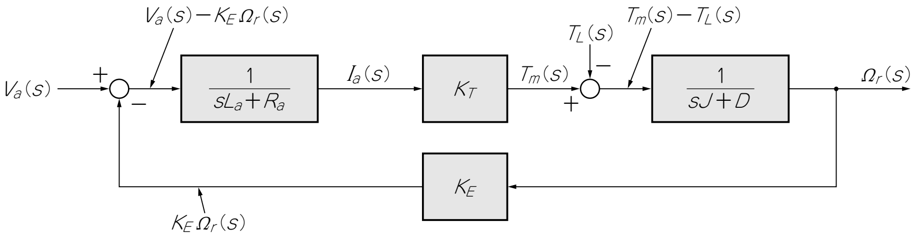


図15-3　DCモータの等価ブロック線図

$$\tau_m(t) - \tau_L(t) = J\frac{d\omega_r(t)}{dt} + D\omega_r(t) \quad \cdots(15\text{-}3)$$

$$\tau_m(t) = K_T i_a(t) \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(15\text{-}4)$$

このように物理現象の動作は，時間tの関数で表され，一部に微分項が入った微分方程式となります．

これらの式から，例えば印加電圧$v_a(t)$の変化に対する回転角速度$\omega_r(t)$の変化や，負荷トルク$\tau_L(t)$の変化に対する回転角速度$\omega_r(t)$の変化を求めるためには，微分方程式を解く必要があります．

しかし，一般に制御工学では，下記のようにラプラス変換を活用します．

▶ラプラス変換を用いた制御系解析

ラプラス変換を用いた制御系解析の流れを図示すると，**図15-2**のようになります．

ラプラス変換を用いると，時間tの世界（t領域と呼ぶ）の微分方程式が，ラプラス演算子sの世界（s領域と呼ぶ）では代数方程式に変換され，四則演算で計算することができます．得られたs領域の解（sの関数）からt領域の解（tの関数）への変換は，ラプラス逆変換で求めることができます．

また，s領域では伝達関数形式で各要素を表し，さらにそれをブロック線図で図形化して分かりやすい表現にして，周波数応答で評価するのが一般的な手法となります．

式(15-1)～式(15-4)をラプラス変換して，DCモータの伝達関数やブロック線図を求めてみます(注1)．

$$\left.\begin{aligned} V_a(s) &= sL_aI_a(s) + R_aI_a(s) + E_m(s) \\ E_m(s) &= K_E\Omega_r(s) \\ T_m(s) - T_L(s) &= sJ\Omega_r(s) + D\Omega_r(s) \\ T_m(s) &= K_TI_a(s) \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots(15\text{-}5)$$

これを$\Omega_r(s)$と$I_a(s)$について整理すると，

$$\begin{aligned} \Omega_r(s) &= \frac{1}{sJ + D}\{T_m(s) - T_L(s)\} \\ I_a(s) &= \frac{1}{sL_a + R_a}\{V_a(s) - K_E\Omega_r(s)\} \end{aligned} \quad \cdots\cdots(15\text{-}6)$$

となります．

式(15-5)，式(15-6)の関係を，さらに図形化すると，**図15-3**のようにDCモータの等価ブロック線図が得られます．

通常，モータ自体の粘性制動係数Dは小さいのでこれを無視し，さらに電機子抵抗R_aに比べてインダ

注1：ラプラス変換やラプラス逆変換は，制御工学関係の書籍に載っているラプラス変換表を利用して，容易に求めることができる．

例：

$$u(t) \to \frac{1}{s}, \quad e^{-at} \to \frac{1}{s+a}, \quad \frac{df(t)}{dt} \to sF(s) - f(0)$$