

# 個別部品で組み立てて動作原理から設計法までを理解する PLL 周波数シンセサイザの設計法徹底解説

## 第23回 PLL 出力の位相雑音を最小にするために ～位相余裕とカットオフ周波数の最適化～

小宮 浩  
Hiroshi Comiya

PLL の設計では、ループのカットオフ周波数  $f_c$  と位相余裕  $\phi_c$  の決め方を誤ると、位相雑音特性などが悪化します。

今回は、計算で PLL 出力の位相雑音を予測する方法について解説します。表計算ソフトウェア Excel の助けを借ります。

PLL で主に位相雑音の発生源となるのは基準信号源と VCO です。この二つから発生する SSB 位相雑音を仮定すると、PLL 出力の SSB 位相雑音を予測できます。

位相余裕  $\phi_c$  による位相雑音の変化と、カットオフ周波数  $f_c$  による位相雑音の変化、両方を確認してみます。次回、カットオフ周波数  $f_c$  の最適値を求める準備でもあります。 〈編集部〉

### PLL の位相余裕と位相雑音の関係

位相余裕  $\phi_c$  によってカットオフ周波数  $f_c$  近辺の位相雑音特性が変わります。位相余裕が小さいと位相雑音が盛り上がります。

位相余裕による盛り上がりの有無を予測して、実験で確かめてみましょう。

#### ■ 閉ループ特性の解析に使う二つの値

##### ① 基準信号源の位相雑音を増幅する周波数特性がわかる閉ループ・モジュラス $M$

カットオフ周波数  $f_c$  近辺での雑音の盛り上がりを計算する方法を解説します。

PLL 回路を負帰還増幅回路のように見れば、PLL は基準信号源の位相雑音を閉ループ伝達関数のぶん増幅することが分かると思います。伝達関数にピークがあれば、位相雑音特性もピークを持ちます。

周波数特性カーブ(盛り上がりの有無)だけに注目できるよう、閉ループ伝達関数を分周数  $N$  で正規化した値が閉ループ・モジュラス (closed loop modulus) と呼ばれる値で、通常  $M$  を使って表します。閉ル

プ・モジュラス  $M$  の周波数特性に盛り上がりがあれば、位相雑音も盛り上がります。

##### ▶ 閉ループ・モジュラス $M$ の求め方

図 23-1 に PLL のブロック線図を示します。

閉ループ伝達関数  $P_{close}(s)$  は前向きゲイン  $G(s)$  と開ループ伝達関数  $P_{open}(s)$  を使って、次式で表せました。

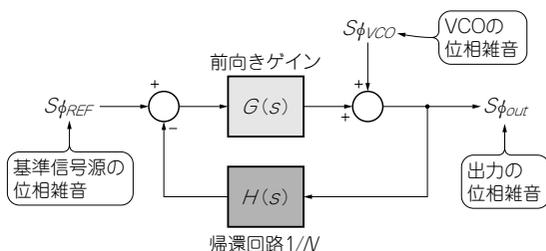
$$P_{close}(s) = \frac{G(s)}{1 + P_{open}(s)} \quad \dots\dots\dots (23-1)$$

$P_{open}(s)$  は帰還回路の伝達関数  $H(s)$  を使って次式のように表すこともできました。

$$P_{open}(s) = G(s)H(s) \quad \dots\dots\dots (23-2)$$

よって式(23-1)は次のようにも表現できます。

$$P_{close}(s) = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)} \quad \dots\dots\dots (23-3)$$



閉ループ伝達関数  $P_{close}(s)$  は、  

$$P_{close}(s) = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)}$$
 閉ループ・モジュラス  $M$  は、  

$$M = \frac{G(s)H(s)}{1 + G(s)H(s)}$$
 ノイズ・リダクション  $G_{NR}$  は、  

$$G_{NR} = \frac{1}{1 + G(s)H(s)}$$

図 23-1 位相雑音の周波数特性を考えるために PLL をブロック線図で表す

基準信号源からの位相雑音に対する周波数特性カーブを示す閉ループ・モジュラス  $M$  と、VCO の位相雑音に対する周波数特性カーブを示すノイズ・リダクション  $G_{NR}$  の二つの値を導入する

式(23-3)を分周数 $N$ で割った値が閉ループ・モジュラス $M$ です。PLLでは $H(s) = 1/N$ であることから、

$$M = \frac{G(s)/N}{1 + G(s)H(s)} = \frac{G(s)H(s)}{1 + G(s)H(s)} \quad \dots(23-4)$$

となります。式(23-4)を使えば、閉ループ伝達関数の周波数特性カーブを開ループ伝達関数だけで表現できます。

## ② PLLによるVCO位相雑音の抑圧量を示すノイズ・リダクション $G_{NR}$

PLLはVCOから発生する位相雑音を減らす働きも持ちます。どの程度のリダクション(抑圧量)を持つかを示す値が、ノイズ・リダクション $G_{NR}$ です。

VCOの位相雑音が出力されるまでの前向きゲインは、VCOのあとにゲインを持つ回路がないので1倍と考えることができます。よってノイズ・リダクション $G_{NR}$ は次式から算出できます。

$$G_{NR} = \frac{1}{1 + P_{open}(s)} = \frac{1}{1 + G(s)H(s)} \quad \dots(23-5)$$

この値の周波数特性に盛り上がりがある場合も、位相雑音は盛り上がります。

位相雑音の盛り上がりの有無を調べるため、式(23-2)の閉ループ・モジュラス $M$ と式(23-5)のノイズ・リダクション $G_{NR}$ の周波数特性を描きましょう。ところで、開ループ伝達関数 $P_{open}(s)$ はどんな値だったでしょうか。

## ● 3次形PLLでの開ループ伝達関数を式で表すと… 3次形PLLの開ループ伝達関数 $P_{open}(s)$ は次式です。

$$P_{open}(s) = \frac{K_P K_V}{N} \frac{F(s)}{s} \quad \dots(23-6)$$

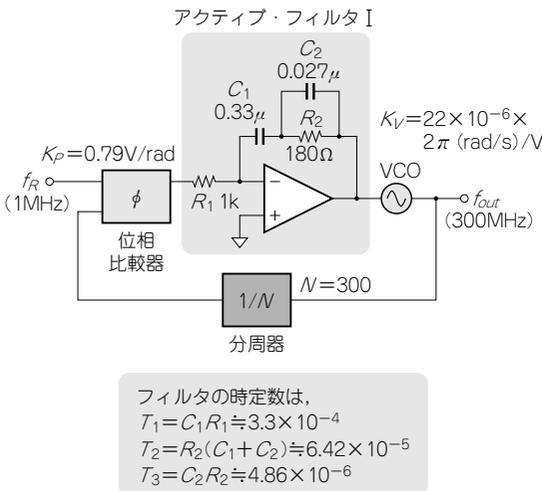


図23-2 位相余裕 $\phi_C = 60^\circ$ のPLL回路の例  
カットオフ周波数は前回同様とあえず10kHzに決めている

ただし、 $F(s)$ ：ループ・フィルタの伝達特性、 $K_V$ ：VCOの変換ゲイン [(rad/s)/V]、 $K_P$ ：位相比較器のゲイン [V/rad]

ここで $F(s)$ は、

$$F(s) = \frac{sT_2 + 1}{sT_1(sT_3 + 1)} \quad \dots(23-7)$$

ただし、 $T_1, T_2, T_3$ はループ・フィルタの時定数です。よって、開ループ伝達関数は次式となります。

$$P_{open}(s) = \frac{K_P K_V}{N T_1} \frac{sT_2 + 1}{s^2 (sT_3 + 1)} \quad \dots(23-8)$$

前回(連載第22回、2007年12月号)では、開ループ伝達関数の一例をExcelを用いて計算し、ボーデ線図として描かせました。同様に、閉ループ・モジュラス $M$ とノイズ・リダクション $G_{NR}$ を描かせてみます。

## ■ 盛り上がりの有無を予測

### ● 位相余裕が十分ある( $\phi_C \approx 60^\circ$ )場合の特性は良好

図23-2に示す仕様のPLLを考えます。アクティブ・フィルタには、前回紹介したアクティブ・フィルタIを用いています。

カットオフ周波数 $f_C \approx 10$ kHz、位相余裕 $\phi_C \approx 60^\circ$ のPLLとするアクティブ・フィルタIの定数は $R_1 = 1$ k $\Omega$ 、 $R_2 = 180$  $\Omega$ 、 $C_1 = 0.33$  $\mu$ F、 $C_2 = 0.027$  $\mu$ Fと算出されました。

この場合の $T_1, T_2, T_3$ は次式から求まります。

$$T_1 = C_1 R_1 \approx 3.3 \times 10^{-4} \quad \dots(23-9)$$

$$T_2 = R_2 (C_1 + C_2) \approx 6.42 \times 10^{-5} \quad \dots(23-10)$$

$$T_3 = C_2 R_2 \approx 4.86 \times 10^{-6} \quad \dots(23-11)$$

これらの値を式(23-8)に代入すれば、開ループ伝達関数 $P_{open}(s)$ をボーデ線図に表せます。

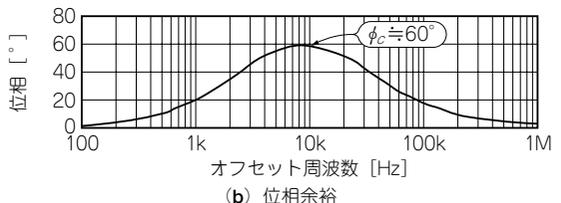
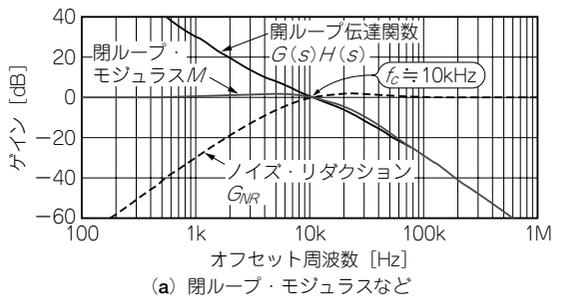


図23-3 位相余裕 $\phi_C = 60^\circ$ のPLLの周波数特性  
開ループ・モジュラス $M$ 、ノイズ・リダクション $G_{NR}$ ともにピークはない