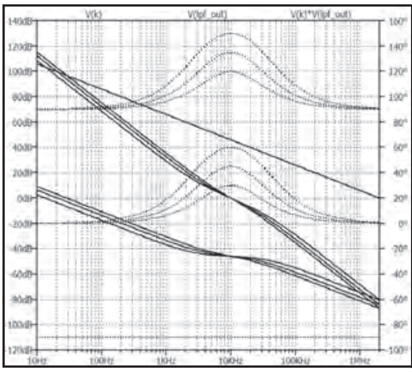


つかみづらい伝達関数のふるまいをグラフ化しながら計算過程を振り返る

PLL用ループ・フィルタ特性のLTspiceによる可視化

第2回 3次系PLLのLPF設計と計算

松井 克介 Yoshisuke Matsui

PLL(Phase Locked Loop)周波数シンセサイザは，*LC*発振器のように周波数可変でありながら，水晶発振器並みの周波数安定度を兼ね備えた周波数源です．初めて扱う回路設計者にとって，PLLのループ・フィルタの設計はダンピング・ファクタζ(ゼータ)とか自然角周波数ω_n(オメガ)などの用語が登場して理解し難いものです．

そこで本連載では，2次系および3次系のループ・フィルタの計算過程を振り返るとともに，LTspiceを使ってζなどを可視化してみます．

1 3次系PLLのLPF定数を求める

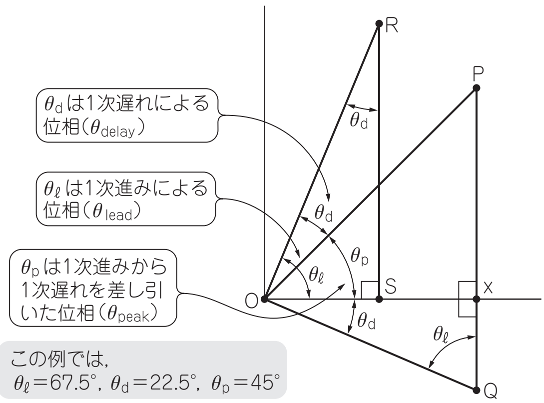
1.1 一般化した式と設計手順

今回の3次系PLLでは一般化した式(1)で表すLPFを使用します．

$$F(s)=\frac{sT_2+1}{sT_1(sT_3+1)} \quad \cdots\cdots (1)$$

式(1)のボーデ線図を直線近似で描くときは式(2)に示すように，三つのかっこで括った項の積として考えます．

$$F(s)=\left(\frac{1}{sT_1}\right)\left(\frac{1}{sT_3+1}\right)(sT_2+1) \quad \cdots\cdots (2)$$



〈図1〉 全体の位相関係

位相余裕θ_pは式(3)で表します．

$$\theta_p=\tan^{-1}\omega T_2-\tan^{-1}\omega T_3 \quad \cdots\cdots (3)$$

設計手順は次の通りです．

①一巡伝達関数のカットオフ角周波数ω_pを決める
②設計条件として位相余裕θ_pを与える
③ω_pを使用してT_2とT_3を計算する
④T_1はω_pにおいて一巡伝達利得が1(0 dB)になるよう計算する［式(12)］

T_2とT_3は位相余裕を決定し，T_1は一巡伝達利得を決定します．では，ω_pから位相余裕を算出する計算を詳しく見て行きましょう．

1.2 位相余裕を決めるT_2とT_3を求める式

T_2によって決まる進み位相(lead)をθ_ℓ，T_3によって決まる遅れ位相(delay)をθ_dと置き，式(3)の位相戻り量の最大(peak)をθ_pとして，**図1**に全体の位相関係を示します．直角三角形ORSにおいて，角ROS(θ_ℓ)と角ORS(θ_d)の合計は90°なので$\theta_\ell+\theta_d=90°$が成り立ちます．また，上の式から式(A)，式(B)も明らかです．

$$\theta_\ell=90°-\theta_d \quad \cdots\cdots (A)$$

$$\theta_d=90°-\theta_\ell \quad \cdots\cdots (B)$$

直角三角形OPxにおいて，式(C)が成り立ちます．

$$\theta_p=\theta_\ell-\theta_d \quad \cdots\cdots (C)$$

式(A)を式(C)に代入して

$$\theta_p=90°-\theta_d-\theta_d \quad \cdots\cdots (D)$$

式(D)をθ_dについて整理すれば式(E)が得られます．

$$\theta_d=(90°-\theta_p)/2 \quad \cdots\cdots (E)$$

式(3)において$\omega=\omega_p$とすると，θ_dはω_pT_3によって決まる位相遅れなので，

$$\tan\theta_d=\omega_pT_3 \quad \cdots\cdots (F)$$

と表せます．例えば$\omega_3=1/T_3$として，$\omega_3=4\times\omega_p$なら$\omega_pT_3=0.25$なのでθ_dは$\tan^{-1}(0.25)=14°$になります．

式(E)の関係を式(F)に代入すると式(G)になります．

$$\tan\left(\frac{90°-\theta_p}{2}\right)=\omega_pT_3 \quad \cdots\cdots (G)$$

式(G)からT_3の計算式が得られます．