

連載



シミュレーションを正しく使うために

# PSpiceではじめる 回路動作解析入門

## 第2回 非線形なダイオード/トランジスタ回路の 繰り返し計算

菅谷 英彦 Hideyoshi Sugaya

● ダイオードやトランジスタの回路は非線形なので単純には計算できない

抵抗ネットワークの場合、電圧と電流は線形関係です。ダイオードやトランジスタなどの能動素子の場合、コンダクタンスが電圧に対して一定ではないため、単純な計算から求めることができません。この場合、シミュレータはニュートン・ラフソン法(Newton-Raphson method)と呼ばれる計算を使用して、線形近似法を介して非線形数値方程式を反復的に解き近似解を求めます。

### ダイオードやトランジスタなどの非線形回路を計算する「ニュートン・ラフソン法」

● 処理フロー…繰り返しでちょっとずつ解に近づける  
ニュートン・ラフソン法は、 $i = f(v)$ の $f(v) = 0$ 方程式の根を数値計算によって解く反復法です。図1のような計算を行います。

- (1) 初期値 $v_0$ を指定します。ニュートン・ラフソン法の実行には初期値が必要です。
- (2)  $i = f(v_0)$ における接線を作成し、 $v$ 軸(横軸)との交差点 $v_1$ を求めます。
- (3) 交差点 $v_1$ で接線の計算を、 $v$ 軸との交差点 $v_2$ を求めます。

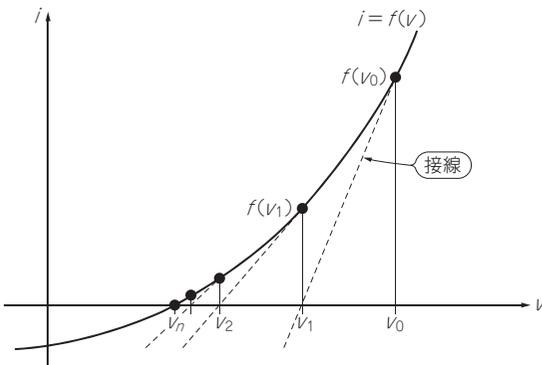


図1 非線形なダイオードやトランジスタの電流&電圧を計算を繰り返しながら求めるニュートン・ラフソン法

(4) 収束判定

$$\frac{|v_n - v_{n-1}|}{|v_{n-1}|} < \epsilon$$

を確認します。ここで、 $\epsilon$ は指定された収束判定値です。

(5) 収束判定が満足するまで同じ計算を繰り返し、 $v_3, v_4, \dots, v_n$ を求めます。

図1で初期値 $v_0$ を関数に与え $f(v_0)$ から逐次的に計算を繰り返し解に近づけます。 $v_1$ は次のように計算されます。

$$v_1 = v_0 - \frac{f(v_0)}{f'(v_0)} \dots \dots \dots (1)$$

ここで、 $f'(v_0)$ が $v_0$ の微分係数です。続いて $v_2$ の場合の計算をし、さらに計算を続け、

$$v_n = v_{n-1} - \frac{f(v_{n-1})}{f'(v_{n-1})} \dots \dots \dots (2)$$

を求めます。 $v_n$ の点で収束判定の条件を満たすと解に十分近づいたとして計算が終了します。

● ダイオード・モデルの場合のニュートン・ラフソン法

図2のダイオード回路を考えます。ダイオードの線形近似モデルを図3に示します。ダイオード・モデルを例にニュートン・ラフソン法の動作を追ってみます。ダイオードの電流は次の非線形方程式で表されます。

$$I_D = I_S \left( e^{\frac{V_D}{V_n}} - 1 \right) \dots \dots \dots (3)$$

このダイオードの線形近似モデルは次の式になります。

$$I_D = G_{eq} V_D - I_{eq} \dots \dots \dots (4)$$

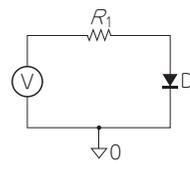


図2 非線形な回路の電圧・電流を求めるニュートン・ラフソン法の例題ダイオード回路

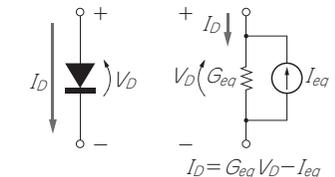


図3 ダイオードの線形近似モデル  
(a) ダイオードの (b) 線形近似モデルの  
パラメータ パラメータ