

計算機を使わない計算「技」第4弾

平面幾何で探訪する 高周波回路理論

大平 孝 Takashi Ohira

このシリーズでは摂動法、変分法、 $Z \leftrightarrow S$ パラメータ変換式を紹介しました⁽¹⁾⁽²⁾⁽³⁾。これらはともに数式計算が主役の手法です。それらに対し今回は代数学ではなく、幾何学で高周波の振る舞いを捉えます。一般に図形による求解はアナログ視覚的に認識できるのでエンジニアの直感力を高め、洞察力を磨く効果が期待できます。電圧、電流、インピーダンス、定在波など、日ごろなじみのある物理量を平面上に描いてみましょう。ここでは基本的な8つの例を集めました。まずは絵画作品展覧会の如くご覧あれ。数式解析や数値計算では気づけなかった新たな知見が得られること請け合いです。

1 フェーザ三角形

● 複素数を使わずに実効電力と無効電力を表す

「電力 = 電圧 × 電流」という公式を中学校で習います。乾電池と豆電球のような直流問題なら、これでOKです。ところが問題が交流(正弦波)になると「位相」という概念が新たに加わります。それに伴って電力は実効電力と無効電力に区別して扱うこととなります。

一般に振幅と位相をもつ物理量を説明する手段として複素数があります。複素数を使えば実効電力と無効電力の区別が数式表現で説明できます。もし複素数を習う前の段階で、実効電力と無効電力を説明する必要

性に迫られた場合はどうすればよいでしょうか。その答えが平面幾何です。

● 平面幾何で考える

図1に示すように原点Oを始点とする矢印記号(ベクトルまたはフェーザと呼ぶ)で電圧 V と電流 I を表示します。ベクトル V と I のなす角度が電圧と電流の位相差を意味します。次にベクトル V を 90° 回転したベクトル V' を描きます。

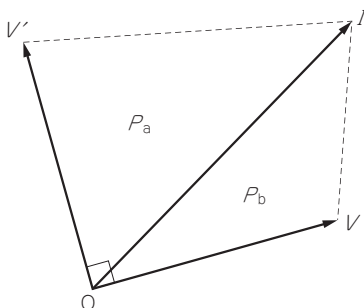
この新しいベクトル V' と電流ベクトルで張られる三角形 $V'OI$ の面積 P_a が実効電力を意味します。一方、元のベクトル V と電流ベクトルで張られる三角形 VOI の面積 P_b が無効電力を意味します。なぜこのようになるのでしょうか。それは2辺挟角が既知である三角形の面積公式「面積 = $1/2 \times 2$ 辺の長さの積 $\times \sin$ 挟角」から明らかですね。2辺の長さの積が電圧電流の積、 \sin 挟角が力率に対応します。係数 $1/2$ は電圧と電流がRMS値でなく正弦波のピーク値であることに対応します。2つの挟角は互いに余角の関係にあります。したがって、これらの三角形は \sin と \cos のように互いにコンプリメンタリ関係となります。

以上の結果を普段の経験則に照らし合わせるため、例えば電圧と電流が同位相という状況を考えてみましょう。このときベクトル V と I の方向が重なります。そうすると三角形 $V'OI$ が直角三角形になるので、面積 P_a が最大、面積 P_b がゼロになります。この状態は実効電力最大、無効電力ゼロ、すなわち力率100%を意味します。逆に電圧と電流が 90° 位相差のときは、三角形 VOI が直角三角形になるので力率0%となります。

2 インピーダンス長方形

「電圧 ÷ 電流 = 抵抗」という公式を中学校で習います。それが交流になると、抵抗が実数の世界からインピーダンスという複素数の世界へ拡張されます。インピーダンスを直角座標系に写像する平面が図2に示すインピーダンス平面です。横軸 R がインピーダンスの実部すなわち抵抗成分、縦軸 X が虚部すなわちリアクタンス成分です。

この平面の適当な位置にインピーダンス Z をプロッ



〈図1〉電圧と電流のフェーザ表示。三角形の面積 P_a と P_b の物理的意味は？

第1弾 摂動法で探訪する電源と負荷の整合理論(2022年4月号)
 第2弾 変分法で探訪する線路共振理論(2022年5月号)
 第3弾 $Z \leftrightarrow S$ パラメータ変換公式(2022年6月号)