教科書と現場のインターフェース

合点！電子回路入門

石井 聡
Satoru Ishii

第13回 積分は回路の動きの基礎になっている

数式をやっていると必ず出てくる記号「積分記号∫」…「難しいなあ」とひるんでしまい，あきらめてしまうのはとても損なことです．実は回路計算に応用するのであれば，非常に範囲は狭く，またぜんぜん難しくありません．

一方で，プロの回路設計現場では，積分を使って式を立てながら，式計算によって回路を検討していくことは，ほぼありません．

しかし，教科書や参考書で書かれている公式どおりに回路が動いている以上，その公式が積分記号を使って表されていれば，回路の動きを理解するために，積分の考え方を理解しておくことは大切なことです．まず，本稿で積分の「意味合い/基礎/イメージ」を理解してください．

電子回路の計算で必要とされる積分の意味合いを理解する

たくさんある積分公式の一つ一つをここでは述べません．本稿では，本当に電子回路の計算で必要とされる最小限の公式に絞って説明し，その意味合いを理解していきましょう．

● $\sin\theta$ と $\cos\theta$ とは積分で相互に関係している

「積分はグラフの面積になる」…この考え方を元にして，正弦波の信号波形である $\sin\theta$ と $\cos\theta$ のそれぞれの積分と，相互の関係について考えてみましょう．

▶ $\cos\theta$ を積分すると $\sin\theta$ になる

図13-1(a) は $\cos\theta$ の波形です．$\theta = 0 \sim 2\pi$ rad とし，それを1000点に細かく分けて考えます．1点ごとの θ 方向の大きさは $2\pi/1000$ rad になります．積分を「面積を求めること」と考え，$\cos\theta$ のそれぞれの「幅の細い縦長の面積(とても細い帯)」を，$\theta = 0$ から X 軸上の任意の θ のところ(θ_1)まで足し合わせて(累積して)新しいグラフを描くと，**図13-1(b)** のような形になります．これは $\sin\theta$ の形になっていますね．

図中の θ_1 のところを式で表すと，

$$\int_0^{\theta_1} \cos\theta \, d\theta = \sin\theta_1 \quad \cdots\cdots (13\text{-}1)$$

と書きます．ここで，

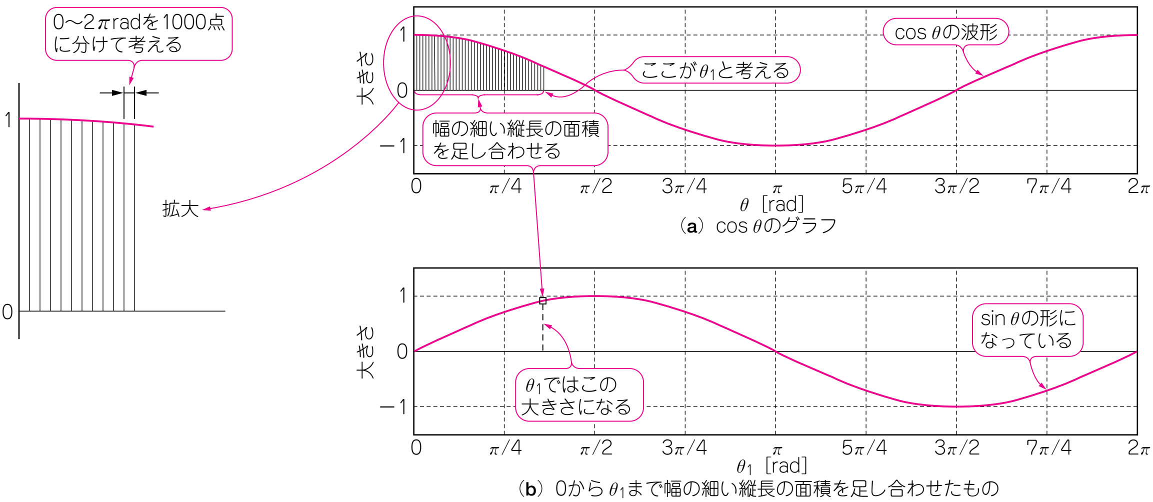

図13-1 $\cos\theta$ を積分すると $\sin\theta$ になる

積分記号▶ 足す(sum)のラテン語summaの最初の文字sを縦に長く引き伸ばしたもの．「積分する」という意思を示すためだけの記号だと，わかってしまえば何ということはない．

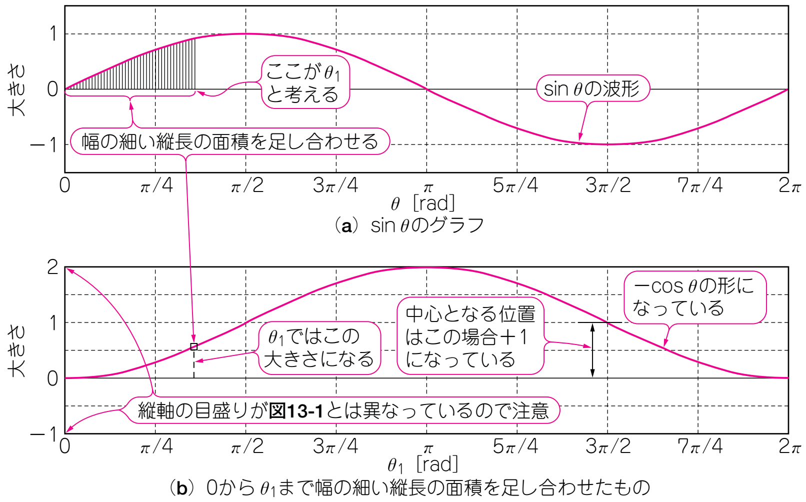

図13-2　sin θ を積分すると − cos θ になる

- ∫は「累積（積分）していく」という意思を示す「積分記号」．**ただ，積分する意思を表しているだけ．…ただ，それだけ．**
- $d\theta$は「短い長さ（横軸．時間など）」．ここでは1000点に細かく分けた小さい区間2π/1000 rad（厳密にはこれを無限に小さくする）のこと．

と考えればよいのです．つまり，$\cos\theta \times d\theta$でグラフ中の各部分ごとの「幅の細い縦長の面積」を考えて，それを∫という積分する意思で，累積（積分）させていくわけです．

∫の下の0と上のθ_1は「積分範囲」というもので，X軸，つまりθを0～θ_1の間で累積（積分）していくという意味です．

▶ sinθを積分すると − cosθになる

図13-2(a)はsinθの波形です．同様に，このsinθをθ = 0からθの任意のところθ_1まで累積（積分）していくと，**図13-2(b)**のように，その波形は$-\cos\theta_1$になりますね．

ところで，ここで$-\cos\theta_1$がゼロを中心として動いていないことに気がつくと思います．また，この累積（積分）のスタート点が変われば，中心となる位置（値）も変わることも容易に想像できると思います（**図13-1でcos θを積分するときも同じこと**）．

この波形の中心位置がゼロからずれている量のことを「積分定数」Cと呼びます（定数“constant”からCがよく使われる．なおここでは，定義の厳密性を若干損なわせて説明している．また，**本来はこのような定積分では積分定数はない**）．本稿での積分定数の考え方はコラム1を参照してください．

θ_1での関係を式で表すと，

$$\int_0^{\theta_1} \sin\theta \; d\theta = -\cos\theta_1 + 1 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (13\text{-}2)$$

となります．この式や**図13-2**の場合は，C = ＋1になっています．

●「積分したらこんな波形になりますよ」が不定積分…積分定数 C は積分自体には関係のない量

不定積分は積分する範囲を（θ = 0～π radなどと）決めずに**「累積（積分）していくと，こんな波形になりますよ」**ということを示すもので，**図13-1，図13-**

コラム1　積分定数 C は回路の初期状態を考えるもの

「累積のスタート点により中心点が変わる」のが積分定数Cの本質ではありません．積分定数Cは電子回路で考えれば，「積分を開始するまえの回路中の電圧や電流の初期状態/初期値」というほうが正しい理解です．

しかし，実際の電子回路では積分定数Cを考えることはほぼありません（完全積分型回路も初期化して使用する）．定常状態を一般的に考えますし，微分方程式として積分定数が必要な過渡現象でも，ラプラス変換で計算してしまうからです．

そのため本稿ではばっさりと，積分定数は使わない/表記しない説明をとっています．数学的には不足かもしれませんが，実際の回路設計とすれば必要十分と考えて，このような説明としています．

微分▶積分と対となる考え方．ある関数が変化していく度合いを関数の「傾き」という観点で表す．微分と積分の両方がわかって「微分積分学」という大きな体系が理解できる．