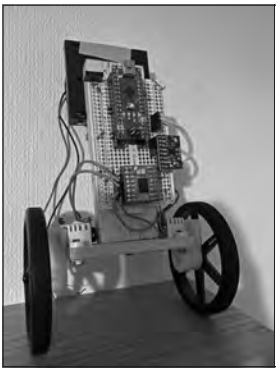
連載



理論を現実の倒立振子に落とし込むまでを徹底解説

思い通りに動かす！ ロボット現代制御の理論と実装

第3回　状態方程式＆センサからロボットの状態を求める

藤森 嵩人 Takahito Fujimori

本連載は，ロボットを作るとき必要になってくることが多い「現代制御」がどのようなものなのか，どのような手順で考えればよいのか，具体例を示しながら，次のような流れで解説します．

1. 理論
2. 理論と現実のつなぎ（今回）
3. 製作
4. 完成
5. デバッグ

倒立振子を**図1**のようにモデル化し，物理法則から式を立て，次のような状態量ベクトル$\boldsymbol{x}$による状態方程式を立てました（第1回，第2回参照）

$$\boldsymbol{x}(t)=\begin{bmatrix}\theta(t)\\ \phi(t)\\ \dot{\theta}(t)\\ \dot{\phi}(t)\end{bmatrix}$$

$$\dot{\boldsymbol{x}}(t)=A\boldsymbol{x}(t)+Bu(t)\quad\text{←状態方程式}$$

$$u(t)=\ddot{\theta}(t)\quad\text{←？？？}$$

今回は，この理論式と，現実の倒立振子との関係を説明します．　〈編集部〉

状態方程式を実際の制御に落としこむには

ロボット（倒立振子）の状態方程式を立てたからといって，まだ紙の上での話をしていたに過ぎません．これを現実につなげていく必要があります．

理論編で学んだことを現実に落とし込むには，どうしたらよいでしょうか．今まで解説してきた制御理論は，全て「入力を決定することを目標にしている」ものでした．$\dot{\boldsymbol{x}}(t)=A\boldsymbol{x}(t)+Bu(t)$という状態方程式に対して$A-BF$という行列の固有値の実部を負にするようなＦがＦが見つかっているとすると，$u(t)=-F\boldsymbol{x}(t)$という「入力」で倒立振子を立てられる，ということになります．

$$F=[f_1\ f_2\ f_3\ f_4]$$

$$u(t)=[f_1\ f_2\ f_3\ f_4]\begin{bmatrix}\theta(t)\\ \phi(t)\\ \dot{\theta}(t)\\ \dot{\phi}(t)\end{bmatrix}$$

この入力$u(t)$は，何かしらの値です．θ，ϕは時刻で変化する値なので，例えば$F=[1,\ 15,\ 0.8,\ 0.8]$だったとして，時刻t_0において$\theta(t_0)=2$，$\phi(t_0)=0$，$\dot{\theta}(t_0)=10$，$\dot{\phi}(t_0)=5$だったとすれば，次のように計算できます．

$$\begin{aligned}u(t_0)&=f_1\,\theta(t_0)+f_2\,\phi(t_0)+f_3\,\dot{\theta}(t_0)+f_4\,\dot{\phi}(t_0)\\&=1\times2+15\times0+0.8\times10+0.8\times5\\&=2+0+8+4\\&=14\end{aligned}$$

$u(t)$は刻々と変化する値であり，その値を計算するには$\theta(t)$，$\phi(t)$，$\dot{\theta}(t)$，$\dot{\phi}(t)$をリアルタイムに把握しなければなりません．

この何かしらの値$u(t)$を$u(t)=\ddot{\theta}(t)$にすることができれば，紙の上の話が現実に移る，というのが，前回までの話です．話をまとめると，理論と現実をつなぐためには，以下の2つが必要です．

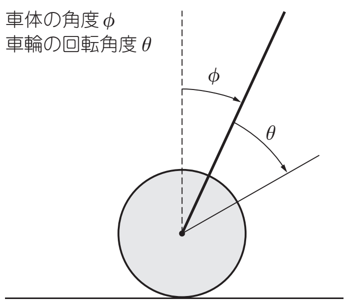
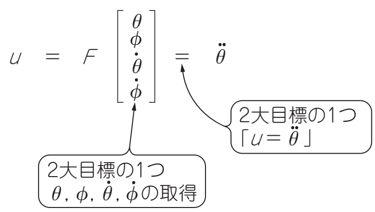


図1　モデル化した倒立振子

時間変化しないパラメータは状態方程式の係数A，Bの中に入る



※Fを求めるのは製作の最後にする

図2　2つの目標をどう実現するか解説していく