第3章　8個のNANDゲートで7セグメントLEDエンコーダを作る！
組み合わせ論理回路の作り方と論理圧縮の基礎

藤平　雄二
Yuji Fujihira

この章では，組み合わせ論理回路の論理圧縮について説明します．そして実際に，7セグメントLEDのエンコーダを設計します．さらに第2章で製作したTTL-NANDモジュールを使って実際に動作させます．

論理圧縮とは何か

● 組み合わせ論理回路

表3-1に，ある論理の真理値表を示します．

- 入力CがHレベルのとき
  入力A，BどちらかがHレベルなら
  出力YがHレベルになる
- 入力CがLレベルのとき
  入力BがHレベルで入力AがLレベルの場合だけ
  出力YがHレベルになる

という論理です．この論理を以降の例題とします．

この論理の回路は正論理で**図3-1**になります．出力YがHレベルになるのは，

A＝“L”，B＝“H”，C＝“L”
A＝“H”，B＝“L”，C＝“H”
A＝“L”，B＝“H”，C＝“H”
A＝“H”，B＝“H”，C＝“H”

の4通りだけです．したがって，それぞれをAND回路で構成し，その四つの出力をORすればよいのです．論理式で書くと次のようになります．

$$Y=\overline{A}\cdot B\cdot\overline{C}+A\cdot\overline{B}\cdot C+\overline{A}\cdot B\cdot C+A\cdot B\cdot C$$

図3-1では出力Yと入力A，B，Cは論理回路で関係付けされているだけです．したがって，入力A，B，Cが変化すると，瞬時に出力Yに反映されます．このような回路が組み合わせ論理回路です．

● カルノー図とベイチ図

図3-1の回路は間違いなく，**表3-1**の論理を実現しています．しかし，論理圧縮が行われていません．実は，論理圧縮をすることにより，**表3-1**と同じ論理を実現する回路が**図3-1**よりもっと少ない論理素子で実現できるのです．この論理圧縮のため使用されるのがカルノー(Karnaugh)図とベイチ(Veitch)図です．

表3-1　例題の真理値表

入力			出力
A	B	C	Y
L	L	L	L
H	L	L	L
L	H	L	H
H	H	L	L
L	L	H	L
H	L	H	H
L	H	H	H
H	H	H	H

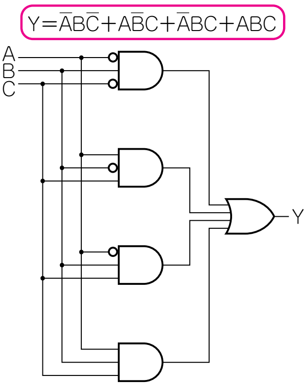
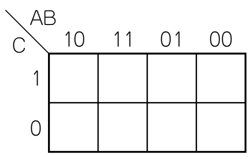
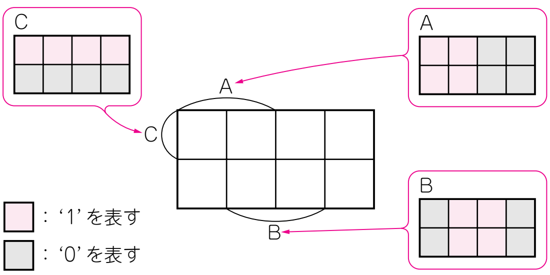


図3-1　真理値表からそのまま作成した回路

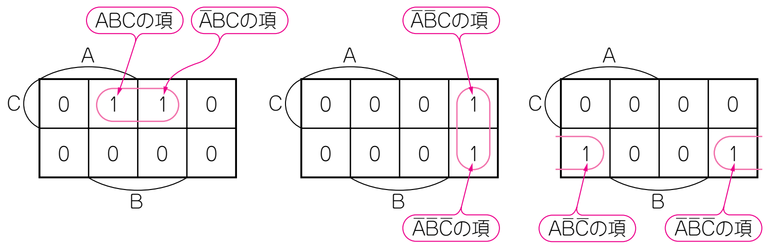


(a) 3入力のカルノー図



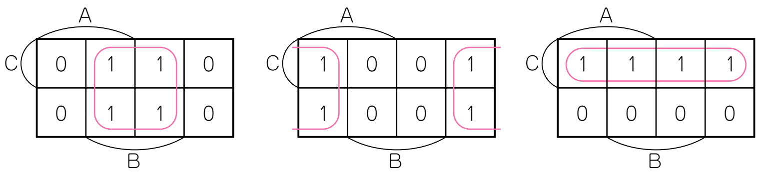
(b) 3入力のベイチ図

図3-2　カルノー図とベイチ図(A，B，Cの3入力の場合)



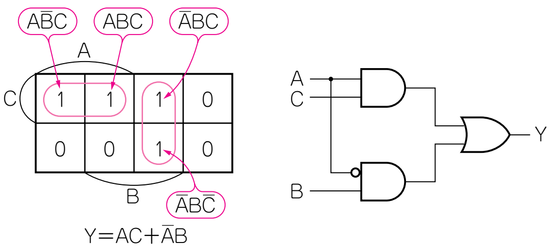
(**a**) Y＝BC　(**b**) Y＝$\overline{A}\,\overline{B}$　(**c**) Y＝$\overline{B}\,\overline{C}$

図3-3　2項が1項に圧縮される例



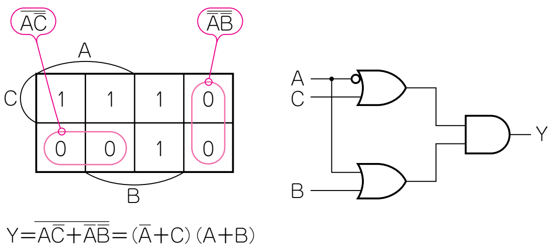
(**a**) Y＝B　(**b**) Y＝$\overline{B}$　(**c**) Y＝C

図3-4　4項が1項に圧縮される例



(**a**) ベイチ図　(**b**) 回路図

図3-5　例題のベイチ図と圧縮された回路



(**a**) ベイチ図　(**b**) 回路図

図3-6　'0'になる項に着目して圧縮する

図3-2に3入力のカルノー図とベイチ図を示します．本質的にこれらは同じものです．カルノー図では，横方向に，

AB = 10，11，01，00

と並べています．このように，A，Bが一つだけ変化するように並べる必要があります．

ベイチ図が実際にどのように論理圧縮に利用されるかを以降で説明します．以降ではベイチ図を使いますが，カルノー図のほうがわかりやすい方はカルノー図に読み替えてください．

図3-3に，2項が1項に圧縮される例を示しました．最初のものを実際に確認してみましょう．

'1'になっている升目は，

A = 1，B = 1，C = 1

と，

A = 0，B = 1，C = 1

です．出力Yは，これらのORを取ればよいので，

$Y = ABC + \overline{A}BC$

です．ブール代数を使うと，分配法則から，

$Y = (A + \overline{A})BC = BC$

となります．ここでは，$A + \overline{A} = 1$を利用しています．

ベイチ図では，A，Bが一つだけ変化するように並べているので，図のように隣り合わせになっている升目は一つに圧縮できるのです．具体的には，隣り合っている升目は変数Aのところなので，Aが省略できます．ちなみに，両端もつながっていますので，**図3-3(c)**の例のように両端の項も一つに圧縮できます．

図3-4には，4項が1項に圧縮される例を示しました．

● 例題の論理を圧縮する

論理回路においてH/Lレベルは絶対的なものですが，このHレベルを'1'にするか，Lレベルを'1'にするかで論理が違ってきます．Hレベルを'1'にする方法を**正論理**，Lレベルを'1'にする方法を**負論理**といいます．まずは，正論理で例題を論理圧縮してみます．

例題の出力YがHレベルになるのは，先に示した4通りです．これを正論理でベイチ図にしたものが**図3-5(a)**です．この図から，ただちに点線で囲んだ項が圧縮できることがわかります．圧縮した論理の回路を同図(**b**)に示します．**図3-1**と比べて相当簡単にな