ステップ2

第2章　通過帯域の位相変動が小さいフィルタ回路を作るために

ベッセル型ロー・パス・フィルタの設計

川田 章弘
Akihiro Kawata

● パルス信号には位相変動の小さいフィルタが必要

位相変動が小さいことを「群遅延特性(後述)の変動が小さい」と言います．

この特性は，特にフィルタ回路にパルス信号を通過させるときにたいせつな特性になります．身近なパルス信号としては，ビデオ信号があります．

群遅延特性とは？

● 位相とは何か

位相変動の話をする前に，まず，位相とは何なのかについて復習します．

位相を一言で説明すると，信号の進んだ距離のことです．**図1**を見てください．「信号くん」が丸型のトラックを走っています．この円周の長さは，「$2\pi\times$(半径)」ですが，正規化して「2π」と考えます．信号くんのスタート地点を0とすると，彼がこのトラックを1周すると2πの距離を進んだことになります．そして，2周すれば4π進んだことになります．

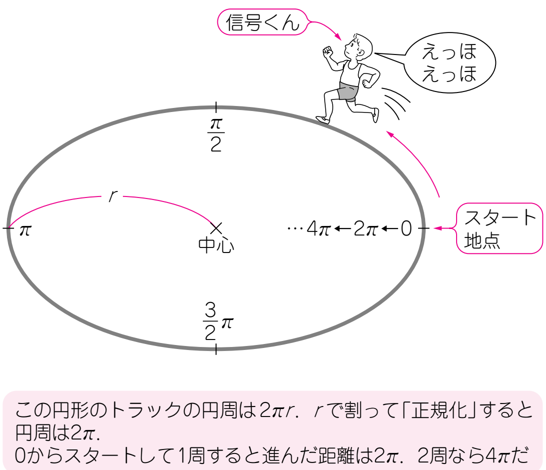

図1　位相とは…「信号くん」が進んだ距離
円形のトラック上を一定速度で走り続けている「信号くん」を考える

● 周波数とは何か

ここで，信号くんがトラックを1周する速さωを考えることにしましょう．速さは，距離を時間t [s] で割ればよいため，

$$\omega=\frac{2\pi}{t}$$

です．

ここで，$(1/t)$は周波数fにほかなりません．従って，この式は次のように書き換えられます．

$$\omega=2\pi f$$

$2\pi f$は，ωと表記される角周波数です．つまり，角周波数とは信号くんがトラックを1周する速さのことなのです．

● 位相遅延とは何か

位相遅延という概念について考えてみます．先ほど，位相とは信号くんの進んだ距離であると説明しました．

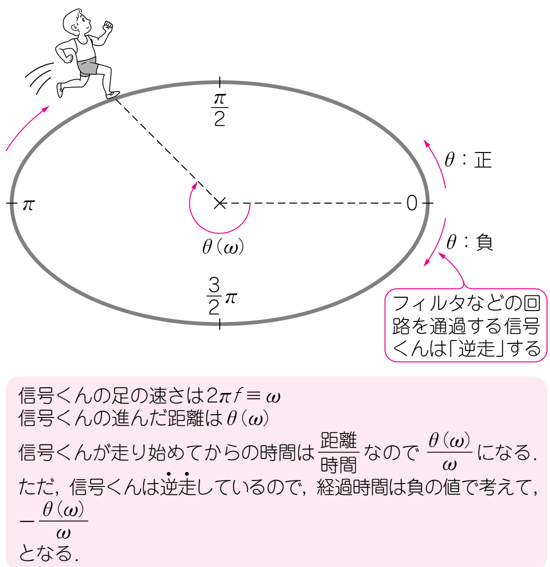

図2　位相遅延とは…「信号くん」が走った時間
逆走すると遅れが大きくなる

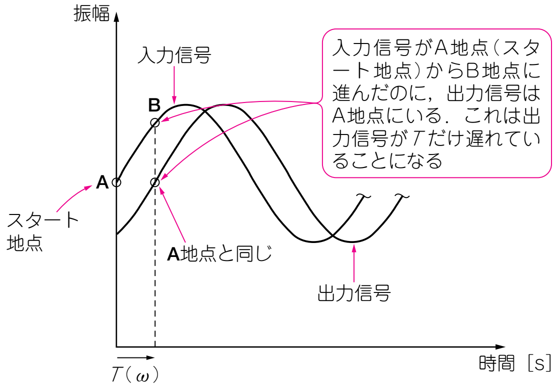

図3　位相遅延とは…入力と出力の時間差
出力信号は同じ位置にたどり着くのが遅れている

この位相をθという記号で表します．

θは信号くんの速さωの関数なので，$\theta(\omega)$とするほうが正確です．

信号くんが走り始めてしばらくしたとき，彼が**図2**の位置にいたとします．このときの信号くんが走り始めてからどのくらいの時間が経過したか求めてみましょう．

時間は「(距離)÷(速さ)」です．従って，走り始めてからの時間Tは，

$$T = -\frac{\theta(\omega)}{\omega} \quad \cdots\cdots (1)$$

で求めることができます．

フィルタ回路を通過した信号は，正方向ではなく負方向(つまり遅れ方向)に変化します．そのため，式(1)には負の記号が付いています．

この走り始めてからの時間のことを位相遅延$T(\omega)$と言い，定義は次のとおりです．

$$T(\omega) = -\frac{\theta(\omega)}{\omega} \quad \cdots\cdots (2)$$

つまり，**図3**に示すように，位相遅延とはフィルタに信号が入力されて，同じ信号が出力されるまでの遅れ時間のことです．位相遅延の単位は時間と同じ［s］です．

▶位相だけでは正確な遅れが把握できない

ここで少しの間，信号くんに1人で走り続けてもらいました．しばらくして，信号くんの位置を確認したところ，またまた**図2**の位置にいました．さて，信号くんの走り続けた時間は？と聞かれても答えられないと思います．なぜなら，

$$\theta(\omega) = \theta(\omega) + 2\pi n \ (n\text{は整数})$$

だからです．信号くんが何周したのかを知らなければ，時間の計算はできません．

つまり，信号くんが走り続けたときの位相遅延は，

$$T(\omega) = -\frac{\theta(\omega)}{\omega} - \frac{2\pi n}{\omega}$$

になります．従って，厳密には現在の信号くんの位置$\theta(\omega)$からだけでは位相遅延は計算できないのです．

このことから，フィルタ回路に信号が入力されてから出力されるまでの時間差を位相遅延で考えるのは，実は難しいということが分かります．

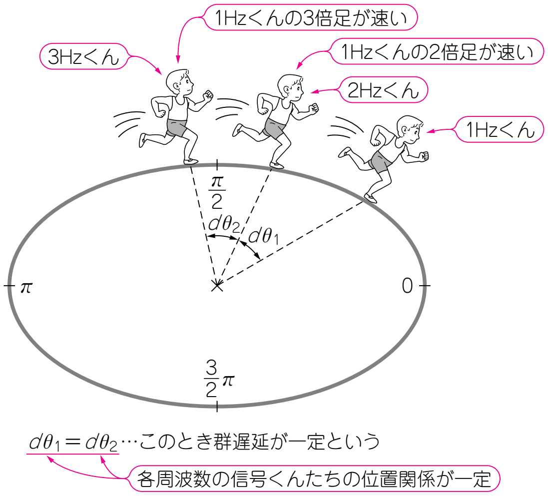

図4　群遅延とは…各周波数の信号の位置を時間で表したもの
$d\theta$で信号くん同士の位置関係を表すことができる

● 群遅延とは何か

位相遅延では不具合があるので，群遅延$\tau(\omega)$という概念を使います．群遅延を式で表すと，

$$\tau(\omega) = -\frac{d\theta(\omega)}{d\omega}$$

です．これは，位相を角周波数で微分した値なので，定数項である$2\pi n$は0になります．この値を使えば，信号くんが何周したのかは考える必要がなくなります．位相遅延も群遅延も単位は同じ時間［s］です．

ところで，数式では納得できても，群遅延とは何のことなのかイメージしにくいと思います．

図4を見てください．周波数の異なる3人の信号くんが$d\theta$だけ離れた位置で走り続けているとします．例えば，それぞれを1Hzくん，2Hzくん，3Hzくんとします．2Hzくんの走る速さは1Hzくんの2倍ですし，3Hzくんの走る速さは，1Hzくんの3倍です．しかし，それぞれの間には1Hzの違いしかありません．つまり，1Hzくんと2Hzくんの間の周波数の違いは1Hzですし，2Hzくんと3Hzくんとの間にも1Hzの違いしかありません．

このとき，図の$d\theta_1$と$d\theta_2$の大きさが同じであれば，群遅延量も同じになります．つまり，

$$-\frac{d\theta_1(\omega)}{d\omega} = -\frac{d\theta_2(\omega)}{d\omega} = (\text{一定})$$

ということです．