

第2章 カルマン・フィルタのプログラミングI 3つの数学

第1節

動きを表す「初等関数」

■ 本章の流れ

本章では、これから本特集で使う「数学」について解説します。図1に示すとおり、最初に「初等関数」(elementary function)、続いて「微分・積分」(calculus)、最後に「線形代数」(linear algebra)を扱います。これらは、それぞれ1冊(あるいはそれ以上)の本になるほど多くの内容を含むものですが、ここでは紙面に限られているので「ダイジェスト」的に各種定理を紹介し、証明は省略しますのでご了承ください。なお、この特集を元にして、より丁寧な解説を加えた書籍を発行する予定があります。

● 「関数」、「微分・積分」、「線形代数」はすべての基礎
「関数」、「微分・積分」、「線形代数」という3つの分野は、理工学すべての基礎になっています。本特集で扱う「力学」、「現代制御理論」、「確率・統計」といった分野でも、これらの数学が大いに役立ちます。もし、本章を読んでいてより深く知りたい項目が見つかった場合は、ぜひ該当する分野の教科書を手に取ってみることをおすすめします。

■ 「関数」は変化を表すための道具

世の中の物事は、常に変化し続けています。物体の運動や電気回路中の電圧などを扱う場合、これらの「変化」を的確に把握する必要があります。「関数」は、こうした「変化の様子」を表現するための道具です。特に、三角関数や指数関数といった基本的な関数(初等関数)は使い勝手が良いので、エンジニアリングのあらゆる分野に顔を出します。

■ 多項式関数

● 多変数関数

次のように、 x の多項式で表された関数のことを「多項式関数」(polynomial function)といいます。なお、次式において $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n$ は定数、 n は整数です。

$$f(x) = a_0 + a_1x_1 + a_2x^2 + \dots + a_nx^n \dots\dots\dots (1)$$

また、後で扱う「現代制御理論」では、次のような複数の変数 x_1, x_2, \dots, x_n をもつ「多変数の1次多項式関数」が重要となります。

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n \dots\dots (2)$$

■ 三角関数

● 「度」と「ラジアン」

角度の大きさについて考えるとき、円周を360等分した1つ分の角度を基準とする方法を「度数法」(degree measure)といいます。度数法における角度の基準を「1度」(1 degree)といいます。

度数法に対して、円の中心角と弧の長さに注目して角度を測る考え方を「弧度法」(radian measure)といいます。弧度法では「円周上の“弧”の長さが“半径”と一致するときの中心角の大きさ」を「1ラジアン」(1radian)と定義します。

ラジアン の定義に従うと、半径1mの円において弧の長さが θ [m] になるときの中心角の大きさが“ θ [rad]”となります(図2)。

半径1の円の円周は“ 2π ”ですから、「度[°]」と「ラジアン[rad]」の間には次の関係式が成り立ちます。

$$360^\circ = 2\pi \text{ rad} \dots\dots\dots (3)$$

● 三角関数

図3のように、原点を中心とする半径1の円上に「点P」を考えます。また、点Pが x 軸となす角を θ とし

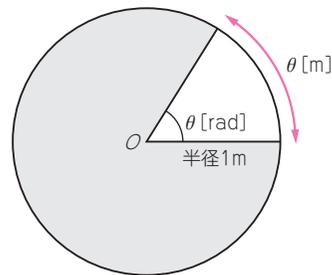


図2 半径1の円で、中心角が張る弧の「長さ」をそのまま「角度の大きさ」としたのがラジアン

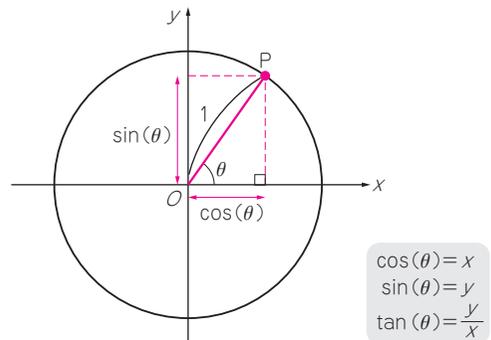


図3 原点を中心とした半径1の円上の点Pを考える

$$\begin{aligned} \cos(\theta) &= x \\ \sin(\theta) &= y \\ \tan(\theta) &= \frac{y}{x} \end{aligned}$$

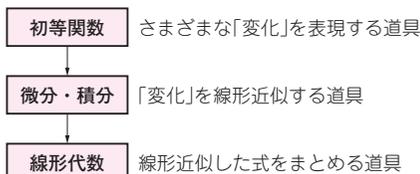


図1 本章の流れ
本特集で必要となる数学を概観する

【セミナー案内】 [実習セミナー] [ビギナー向け] 実習・マイコンC言語の書き方～超入門～ビギナー応援企画！—— 国産16ビット・マイコン搭載ボードでマイコン&C言語の基礎を学ぶ
【講師】 鹿取 祐二 氏, 6/16(日) 22,000円(税込み) <https://seminar.cqpub.co.jp/>