

ワークショップ2-2

急減衰！ 攻撃的アナログ・フィルタ「チェビシェフ」

LTspiceデータ・フォルダ番号：277～280

チェビシェフ特性は、通過帯域内でゲインが変動しますが、バターワース特性よりも低い次数で、カットオフ周波数近傍の減衰特性を急峻にできます。設計するときは、通過域内のリプルをどの程度許容するかを決めます。ロシアの数学者チェビシェフが見つけた多項式を応用したフィルタです。

■ こんなフィルタ

● リプルと減衰の急峻さはトレードオフ

n 次チェビシェフ特性LPFの伝達関数の絶対値は次式で表されます。

$$|H(s)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \varepsilon^2 T_n(\omega/\omega_c)}} \dots\dots\dots (1)$$

ただし、 ω_c ：カットオフ周波数、 ε ：リプル係数、 $T_n()$ ： n 次のチェビシェフ多項式

リプル r [dB]はリプル係数(ε)で決まり、次式で表されます。

$$r = \left| 20 \log \left(\frac{1}{\sqrt{1 + \varepsilon^2}} \right) \right| \dots\dots\dots (2)$$

逆にリプル係数は、リプルの大きさ [dB] から次式で求められます。

$$\varepsilon = \sqrt{10^{\frac{r}{20}} - 1} \dots\dots\dots (3)$$

リプルを大きくすれば、減衰特性の傾きが急峻になり、必要な減衰量を得るための次数が少なくて済みます。

● カットオフ周波数での減衰量は-3 dBじゃない

バターワース特性と違い、チェビシェフ特性のカットオフ周波数での減衰量は3 dBとは限りません。奇数次のチェビシェフ特性LPFのカットオフ周波数での減衰量は、リプルと同じです。偶数次の場合は、直流ゲインと同じ(0 dB)です。

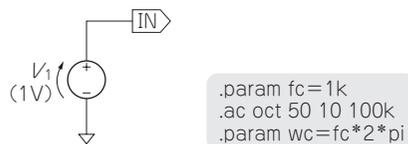
● 必要な減衰特性から次数を求める

周波数 ω_s のとき、 A [dB]の減衰量が得られるフィルタの次数は次式で計算できます。

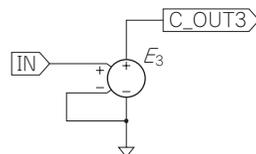
$$n = \frac{\operatorname{arcosh} \left(\sqrt{\frac{10^{\frac{A}{20}} - 1}{10^{\frac{r}{20}} - 1}} \right)}{\operatorname{arcosh} \left(\frac{\omega_s}{\omega_c} \right)} \dots\dots\dots (4)$$

$r = 3 \text{ dB}$, $\omega_c = 1 \text{ kHz}$, $\omega_s = 10 \text{ kHz}$, $A = 70 \text{ dB}$ にすると、次式から $n = 2.92$ ですから、答えは3次です。

【セミナー案内】実習・PICマイコン×C言語！ I/O制御プログラミング入門(教材基板付き)
—— コスパに優れたPIC16F1ファミリ使用！ CIPでCPU負荷を減らしMCCでコーディング時間を短縮！ 【講師】 後閑 哲也 氏, 8/4(土) 25,000円(税込み) <http://seminar.cqpub.co.jp/>

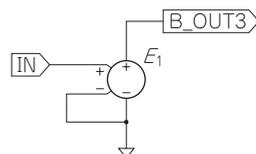


(a) 入力信号源と解析条件



$$H(s) = \frac{1}{\left(\frac{s}{0.299\omega_c} + 1 \right) \left\{ \left(\frac{s}{0.916\omega_c} \right)^2 + \frac{0.326s}{0.916\omega_c} + 1 \right\}}$$

(b) チェビシェフ型(リプル量3dB)



$$H(s) = \frac{1}{\left(\frac{s}{\omega_c} + 1 \right) \left\{ \left(\frac{s}{\omega_c} \right)^2 + \frac{s}{\omega_c} + 1 \right\}}$$

(c) バターワース型

図1 チェビシェフ特性LPFとバターワース特性LPFの周波数特性を調べる(LTspiceデータ・フォルダ番号：277)
電圧制御電圧源に、リプル量を3 dBの3次チェビシェフ特性LPFの伝達関数式(6)とバターワースLPFの伝達関数式(7)を入力

$$n = \frac{\operatorname{arcosh} \left(\sqrt{\frac{10^{\frac{A}{20}} - 1}{10^{\frac{r}{20}} - 1}} \right)}{\operatorname{arcosh} \left(\frac{\omega_s}{\omega_c} \right)} = \frac{\operatorname{arcosh} \left(\sqrt{\frac{10^{\frac{70}{20}} - 1}{10^{\frac{3}{20}} - 1}} \right)}{\operatorname{arcosh} \left(\frac{10 \text{ kHz}}{1 \text{ kHz}} \right)} \approx 2.92 \dots\dots\dots (5)$$

同じ条件でバターワース特性LPFで計算すると4次になります。

■ パソコンで実験

● [実験①] 減衰特性対決！ チェビシェフ vs バターワース

バターワース特性は次数を決めると、伝達関数の係数が一意に決まりましたが、チェビシェフ特性はリプル量を指定しないと係数が決まりません。フィルタ関係の書籍にはリプル量ごとの係数が記載されていたりします。次式は、リプル量3 dBの3次チェビシェフ特性LPFの伝達関数です。

$$H_{C3}(s) = \frac{1}{\left(\frac{s}{0.299\omega_c} + 1 \right) \left\{ \left(\frac{s}{0.916\omega_c} \right)^2 + \frac{0.326s}{0.916\omega_c} + 1 \right\}} \dots\dots\dots (6)$$