第2章 時間変化する信号に対するインピーダンス入門

実際の信号にオームの法則を…「複素数」の御利益

瀬川 毅 Takeshi Segawa

複素数について考えてみましょう，複素数が回路のなかでどのように扱われるのかに注目してください．

まず信号を「複素数で表現する」としてみる

● おさらい…数学的な「虚数」

最初に虚数について述べます．実は，虚数という言葉は好きではありません．「嘘の数」って，それだけでも嘘くさく感じます．これは日本語では「嘘」という字を当てはめているだけで，英語ではimaginary numberといいます．「想像上の数」とでもいえば適切でしょうか．

虚数jの定義は，

$$j^2 = -1 \quad \text{または} \quad j = \sqrt{-1} \qquad (1)$$

です．式(1)は，「2乗したら−1になる現実にはない数だけど想像してみよう」と考えるとよいでしょう．

式(1)で虚数をアルファベットのjで表現していますが，数学の世界ではimaginaryの頭文字iを使います．電気の世界ではアルファベットのiは，電流を表す参照記号とされているので，虚数はiと似た文字のjを使います．このjをとくに虚数単位(imaginary unit)と呼びます．虚数が回路に何の役に立つのか，楽しみにお読みください．

さて虚数が定義できたので，複素数(complex)に話を広げましょう．複素数zはこんなふうに書きます．

$$z = x + jy \qquad (2)$$

式(2)は，複素数＝実数部＋虚数部を表しています．

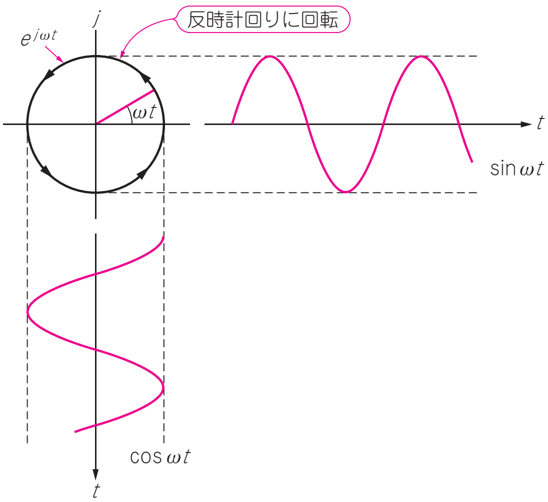

図1 $e^{j\omega t}$のイメージ

● まずはサイン波を複素数で考える

回路と複素数の関係で話しておくべきなのは，サイン波の複素数版というべき複素サイン波の話です．実数のサイン波の電圧は，

$$v(t) = V_m \sin(\omega t) \qquad (3)$$

でした．複素サイン波の電圧は，

$$V = V_m e^{j\omega t} \qquad (4)$$

と書きます．ここで実数のサイン波と複素サイン波を区別するために，複素サイン波は電圧Vと大文字で書いています．この複素サイン波については，筆者は**図1**のようなイメージをもっています．複素サイン波は時間tとともに反時計回りで回転する信号で，虚数軸だけに注目するとsin波で，実数軸に注目するとcos波となる信号です．

● 複素サイン波の$e^{j\omega t}$の微分，積分

それでは複素サイン波の微分や積分はどうなるのか，計算してみましょう．$e^{j\omega t}$の微分は，

$$\frac{d}{dt} e^{j\omega t} = j\omega e^{j\omega t} \qquad (5)$$

となり，$e^{j\omega t}$の積分は，

$$\int e^{j\omega t} dt = \frac{1}{j\omega} e^{j\omega t} \qquad (6)$$

です．

部品の特性も複素数で表現できることになる

● コイル(インダクタのインピーダンス)

さて，ここからが面白いところです．複素サイン波