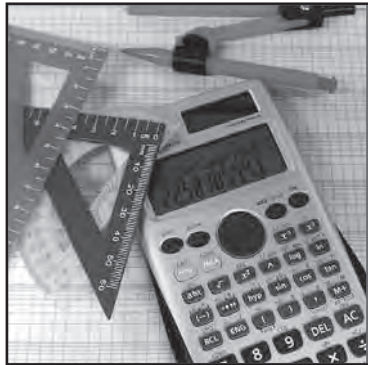


ロングラン連載



すべてはLとCとRと電源に帰する 本質理解！ 万能アナログ回路塾 [数学編]

第12回 オイラーの公式と複素正弦波② 三角関数と指数関数を多項式関数で表す

別府 伸耕 Nobuyasu Beppu

アナログ回路を自在に設計できるようになりたい、と誰もが思っていると思います。そのために学ぶべき内容は多く、一朝一夕にはいきませんが、なるべく無駄の少ない手順をとることはできます。

アナログ・フィルタの設計をこなせることを目標にする、というのが1つの方法です。アナログ・フィルタを設計できるだけの理論を積み上げると、アナログ回路の設計はもちろん、それ以外の物理学の分野にも応用できる幅広い範囲を習得できます(図1)。

フィルタなどの電気回路の特性を考えると、基本的には正弦波に対する応答を考えます。この正弦波を扱いやすくする工夫として、複素正弦波を考えます。複素正弦波は、オイラーの公式に基づいています(図2)。オイラーの公式を証明する準備として、

公式の中で使われている \sin , \cos と指数関数をマクローリン展開するとどうなるかを見ていきます。これと次回説明する複素数の考え方を合体させると、オイラーの公式が証明できます。(編集部)

いろいろな関数のマクローリン展開

● $x^n/n! \rightarrow 0 (n \rightarrow \infty)$ の証明

これから、いくつかの代表的な関数を実際にマクローリン展開してみます。関数 $f(x)$ がマクローリン展開可能であるか否かを調べるには、剰余項 R_n が $n \rightarrow \infty$ の極限で $R_n \rightarrow 0$ となることを確認すればよいのでした。本節では、剰余項を評価する際に次式の極限計算をよく利用します。

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x^n}{n!} = 0$$

ここでは、今後のマクローリン展開の議論をスムーズに進めるために、あらかじめ上式が成り立つことを確認しておきます。

まず、上式において x は有限の値であるとし、すなわち、 x よりも十分に大きな値 " M " を、次式が成り立つように定めることができます。

$$|x| < M$$

上式を用いて " $x^n/n!$ " の大きさを評価すると、次のようになります。

$$\left| \frac{x^n}{n!} \right| < \frac{M^n}{n!}$$

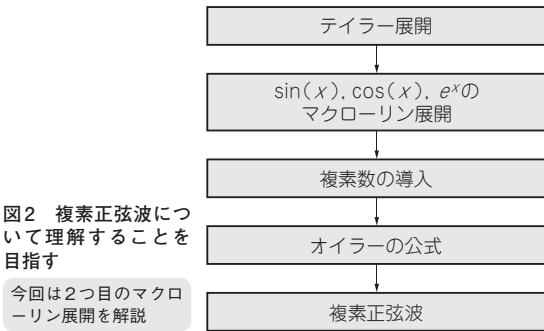


図2 複素正弦波について理解することを目指す
今回は2つ目のマクローリン展開を解説

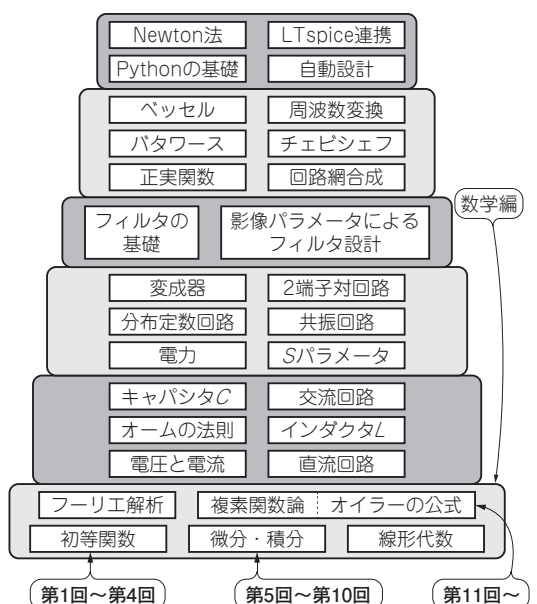


図1 連載の目標はアナログ・フィルタを設計できるようになること
複素関数論については後ほど詳しく解説するが、ここでは交流回路を考えるのに必要な部分を先取りして解説する

【セミナー案内】実習・Linuxデバイス・ドライバ開発入門
—— キャラクタ型デバイス・ドライバの基本的な考え方・作り方からPCIデバイスへの拡張まで【講師】山際 伸一氏 7/13(金) 39,000円(税込み) <http://seminar.cqpub.co.jp/>