

合点！電子回路入門

石井 聡

Satoru Ishii

第14回 微分も積分と対で回路の動きの基礎になっている

今回は積分を説明しました。積分と今回の微分は対となる考え方で、両方がわかって「微分積分学」という大きな体系を理解することができます。微分を理解して積分とともに使えるようになることで、電子回路理論の基礎となる、回路の物理的なふるまいを完全に理解することができるのです。

電子回路の計算で必要とされる微分の意味合いを理解する

積分公式と同様に、微分の公式もたくさんあります。本稿では、本当に電子回路の計算で必要とされる、最小限の公式に絞って説明し、その意味合いを理解していきましょう。

● sin θ を微分すると cos θ になる

図14-1(a)は sin θ の波形です。θ = 0 ~ 2π rad とし、それを同図(b)のように1000点に細かく分けてみます(この1000点の分割数は前回の積分の説明と同じにしており、関連性を示すため)。

1点ごとのθ方向の大きさは2π/1000 radです。この図14-1(b)のように、各点において、その点と隣の点との間の波形の変動量を、波形の傾斜量として考えます。

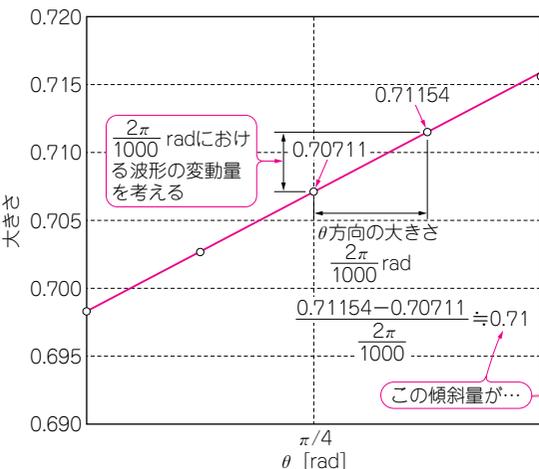
この傾斜量、つまり大きさを図としてプロットしたものが、図14-1(c)です。これは cos θ の形になりますね。これを式で表すと次のようになります。

$$\frac{d}{d\theta} \sin \theta = \cos \theta \quad \dots\dots\dots (14-1)$$

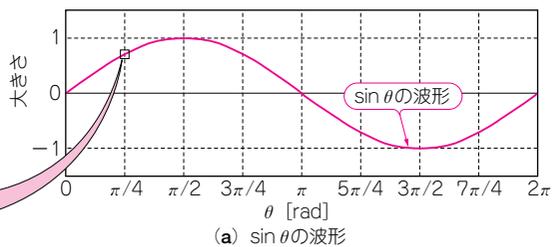
● cos θ を微分すると -sin θ になる

図14-2(a)は cos θ の波形です。sin θ の説明と同じように、この cos θ を1000点に細かく分けて、その傾斜量の大きさを図としてプロットしてみましょう。これが図14-2(b)になりますが、この波形の形は -sin θ になります。式で表すと次のようになります。

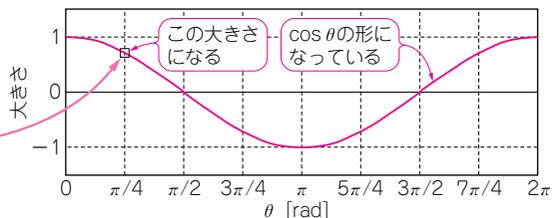
$$\frac{d}{d\theta} \cos \theta = -\sin \theta \quad \dots\dots\dots (14-2)$$



(b) 1000点に細かく分けた拡大図



(a) sin θ の波形



(c) 傾斜量図としてプロットするとcos θの形になる

図14-1 sin θ を微分すると cos θ になる

積分 ▶ 変動する量を積み重ねた(累積させた)全体量(それぞれの量を関数として考える)を計算する方法。微分と対になり「微分積分学」という体系を構成する。

● ここまでわかったことを確認してみる

この式(14-1)と式(14-2)を見ると、以下のように関係づけることができます。

- $\sin \theta$ を微分すると $\cos \theta$
- $\cos \theta$ を微分すると $-\sin \theta$
- $-\sin \theta$ を微分すると $-\cos \theta$
- $-\cos \theta$ を微分すると $\sin \theta$ (もとに戻る)

これをもとに図14-3を見てください。1回微分すると位相が 90° 進んで(+ $\pi/2$ rad)いきますね。正弦波に対して微分することは「位相が 90° 進む(+ $\pi/2$ rad)」ことなのです。これは後でも示しますが、回路動作と微分の関係を理解するとても重要なポイントです。

また、前回も「1回積分すると位相が 90° 遅れて(- $\pi/2$ rad)いく」と説明しました。これでも微分と積分が逆の関係であることもわかりますね。

● e^t は微分しても e^t

時定数で出てきた e^t は面白い関数で、 t の任意のところの傾斜量を求めても(微分しても)、その波形は e^t のままになります。 e^t は微分しても e^t です。つまり、下記のように表せます。

$$\frac{d}{dt} e^t dt = e^t \dots\dots\dots (14-3)$$

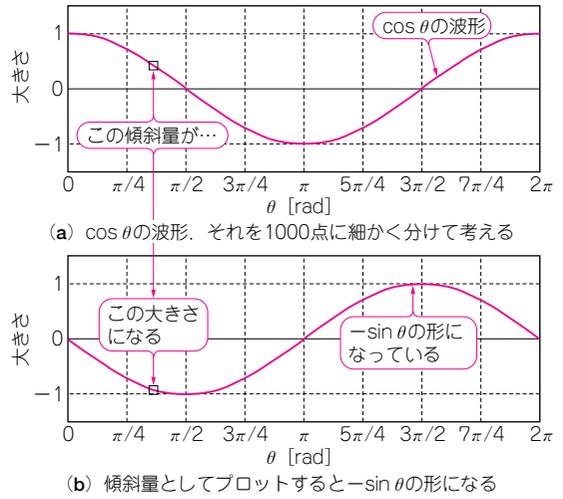


図14-2 $\cos \theta$ を微分すると $-\sin \theta$ になる

● 傾斜量 a の直線の微分は a

傾き a の直線、 $f(t) = at + b$ を微分したものは、傾きである a になります。

やはり、微分は「傾斜量」なのです。

**合成関数の微分は
実際の電子回路計算で活用される**

● $\sin t$ と $\sin 2\pi ft$ をそれぞれ微分するとピーク値が異なっている

例えば、 $\sin t$ と $\sin 2\pi ft$ という波形を考えてみまし

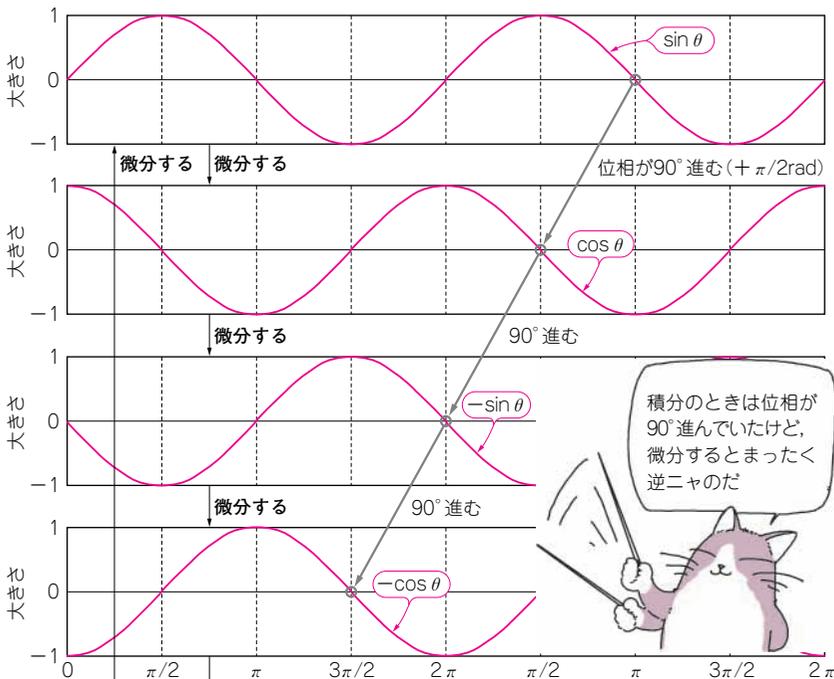


図14-3 $\sin \theta$, $\cos \theta$, $-\sin \theta$, $-\cos \theta$. 微分するとこの関係を一回りする
これは 90° ずつ位相が進み方向に変化していることだ!