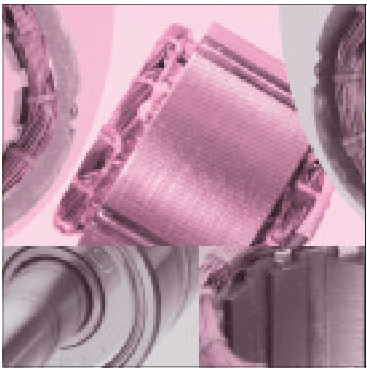

第６章　マイコンを使って正確に位置決めしたり狙った速度で回す

# ソフトウェアによるサーボ・コントローラの設計

石島 勝
Masaru Ishijima

## 制御理論の基礎

### ● ラプラス変換

ラプラス変換は，時間領域関数から周波数領域関数への変換を行います．**図1**を見てください．コイル$L$の電圧・電流の求める式を解説してあります．

コイルの電圧$V_C$を求める式は虚数単位を$j$，角周波数を$\omega$とすると，

$$V_C = j\omega LI$$

となります．この式に$s = j\omega$と置き換えると，

$$V_C = sLI$$

となります．この場合の$s$がラプラス変換子です．本章でのラプラス変換とは$j\omega$では式そのものが見えにくくなるので，$s$に変換している程度に考えてください．

同様にコイルの電流$I_C$を求める式は，

$$I_C = \frac{V_C}{sL}$$

となります．

### ● 伝達関数

伝達関数とは出力/入力特性を表現します．ラプラス変換子$s$を使った連続系では周波数領域特性を示します．コイルの電圧式，

$$V_C = sLI_C$$

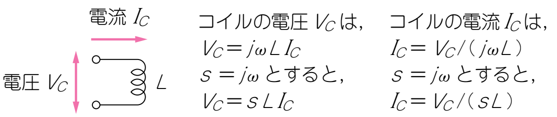


**図1　ラプラス変換とは**

を伝達関数の表現方法では，

$$\frac{V_C}{I_C} = sL$$

となるので，単に電流$I_C$を左に移動させただけです．

### ● ブロック線図

ブロック線図とは，伝達関数をその言葉どおりブロックと線によって表現したものです．

**図2**を見てください．コイルの電圧を出力，電流を入力とした伝達関数をブロック線図に表現すると**図2**左のブロック図になります．ブロック図は表現方法が違うだけで，伝達関数と同じものになります．

ブロック線図にはさまざまな変換方法があり，**図2**の例では，入力と出力を入れ替えています．そうすると，ブロックの中の式は分子と分母が入れ替わることになります．

これまでにも何度か説明したように，コイル電流は電圧の積分特性を示します．したがって，

$$\frac{I_C}{V_C} = \frac{1}{sL}$$

は積分の形になっており，$1/s$は積分を表します．逆にコイル電圧は電流の微分特性を示すので，

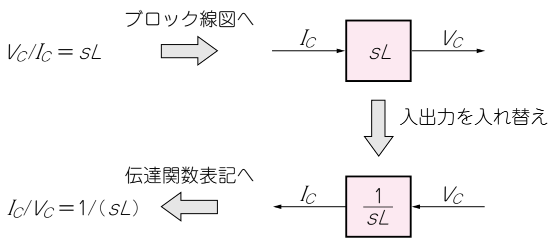


**図2　ブロック線図とは**

**Keywords**
サーボ・コントローラ，PLLコントローラ，ラプラス変換，ラプラス変換子，伝達関数，ブロック線図，慣性トルク，摩擦トルク，ねじれトルク，慣性モーメント，イナーシャ，トルク制御アンプ，アンプ・ゲイン，トルク定数，時定数，フーリエ変換，フィードバック制御器，オープン・ループ特性，ディジタル信号処理，連続系伝達関数，離散系伝達関数，$s$-$z$変換，プリワーピング，フィードフォワード，PID，IIR，FIR

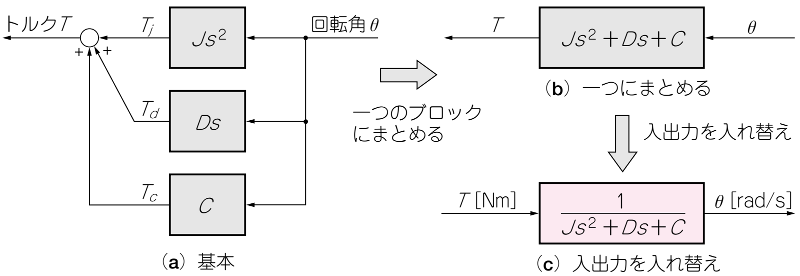


**図3 モータのブロック線図**

$$\frac{V_C}{I_C} = sL$$

は微分の形になっており，$s$は微分を表します．

## モータ制御系を関数で表す

### ● モータ自体の伝達関数

トルクを入力，回転角を出力とした一般的なモータの伝達関数をブロック線図により求めてみます．**図3**のモータのブロック線図を見てください．モータに作用するトルクは，慣性トルク，摩擦トルクと軸のねじれトルクとなります．

▶ 慣性モーメント(Inertia：イナーシャ)によるトルク $T_j$

慣性モーメントとは直線運動系では質量に相当するもので，回転運動回りの慣性量を表します．慣性モーメント$J$の単位は$Nm^2$となります．

直線運動系での力$F$，質量$m$および加速度$a$の関係式は$F = ma$なので，これを回転運動系では慣性トルク$T_j$，慣性モーメント$J$および角加速度$\alpha$の関係式は$T_j = J_\alpha$となります．

角加速度$\alpha$は回転角$\theta$を2回微分したものなので，ラプラス変換すると，$T_j = Js^2\theta$となり，ブロック線図では**図3(a)**の上のようになります．

▶ 摩擦トルク $T_d$

摩擦トルク$T_d$は角速度$\omega$に比例するので，摩擦係数$D$との関係式は$T_d = D\omega$となります．

角速度$\omega$は回転角ラジアン$\theta$を1回微分したものなので，ラプラス変換すると$T_d = Ds\theta$となり，ブロック線図では**図3(a)**の中間のようになります．

▶ 軸のねじれトルク $T_c$

軸のねじれとは，直線運動系では，ばねに相当するものです．回転運動系での軸のねじれも同様で，モータにトルクを与えると，わずかながらモータの軸はねじれます．軸のねじれトルク$T_c$，軸のねじれ係数$D$および回転角ラジアン$\theta$の関係式は$T_c = D\theta$（比例なのでラプラス変換しても式は変らず）となり，ブロック線図では**図3(a)**の下のようになります．

▶ モータの伝達関数

ブロック線図の並列接続は和の形に等価変換できるので，慣性トルク$T_j$，摩擦トルク$T_d$および軸のねじれトルク$T_c$を一つのブロックにまとめると**図3(b)**のようになります．また，入力と出力を入れ替えて，トルク$T$を入力，回転角$\theta$を出力とすると**図3(c)**ようになり，一般的なモータの伝達関数となります．

### ● トルク制御アンプの伝達関数

トルク電流指令を入力，モータの発生トルクを出力とした場合の伝達関数を求めます．

**図4(a)**はトルク制御アンプのブロック線図です．ブロック線図の直列接続は積の形に等価変換できるので，**図4(b)**のようになります．

このように，モータ駆動回路をトルク制御とすると，モータ・コイルの抵抗成分，インダクタンス成分および誘導起電力の影響は駆動回路が吸収してくれるので，制御上考えなくてよいことになります．

▶ アンプ・ゲイン $K_A$

トルク電流指令はマイコン内部処理になるので整数となります．単位はA/countとなります．通常，アンプ・ゲイン$K_A$は電流検出の分解能となります．

▶ トルク定数 $K_T$

トルク定数は，本来モータに関するパラメータですが，モータの伝達関数の入力をトルクとしたため，アンプ側の伝達関数に入れます．単位はNm/Aです．

▶ トルク制御アンプの時定数 $T_a$

トルク制御アンプではトルク電流指令に対して，モータの発生トルクには遅れが生じます．この遅れは1次遅れ要素で近似することができます．そのトルク制御アンプの時定数を$T_a$ [s] とします．

1次遅れ要素とは制御分野で使われる言葉で，電気

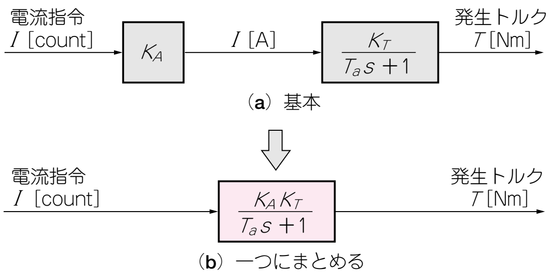


**図4 トルク制御アンプのブロック線図**